

双被动雷达交会跟踪的精度分析与跟踪算法

王宏飞,杨成梧

(南京理工大学动力工程学院 810 教研室,江苏南京 210094)

摘要: 多平台的被动传感器交会(融合)跟踪系统的功能就是将呈网状分布的多被动传感器测量到的目标的角度测量信息进行融合,以得出目标的运动状态.本文基于无偏估计的 Cramer-Rao 不等式,分析了运动平台上的双被动雷达交会跟踪目标时不同通信带宽情况下的估计精度问题,并且建立了对机动目标交会跟踪的扩展卡尔曼滤波(EKF)跟踪算法.

关键词: 雷达;数据融合;Cramer-Rao 不等式;目标跟踪

中图分类号: TN911; TN953 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 03-0471-04

Tracking Algorithm and Precision Analysis for Passive Radars from Two Platforms

WANG Hong-fei, YANG Cheng-wu

(Dept. of Dynamic Engineering, Nanjin University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China)

Abstract: A multi-platform angle-only tracking system combines the angular measurements from distributed networked sensors. This paper investigates the effect of communication bandwidth on track quality in a system which receives angle-only measurements from two networked radars installed on two moving platforms in order to estimate the full kinematic target state. The investigation is based on Cramer-Rao lower bound of the mean square range error, and applies the extended Kalman filter (EKF) to track maneuvering target.

Key words: radar; data fusion; cramer-rao bound; target tracking

1 引言

现代战场侦察系统中,越来越多地使用被动传感器来提高隐蔽性,如ESM传感器,红外传感器和被动式雷达等.对于被动传感器而言,其最大缺点是不能测量到目标的距离,只能提供关于目标的角度测量信息.多平台的被动雷达交会跟踪系统的功能就是将呈网状分布的多被动雷达测量到的目标的角度测量信息进行融合,从这些单个的不完整信息中融合出目标的全息运动状态,如目标位置、运动速度、方向等.而这些呈网状分布的被动雷达可以是固定的,也可以是安置在不同的运动载体(平台)上的.而跟踪的效果在很大程度上受测角精度、运动载体上惯性导航系统精度、被动雷达采样间隔以及多被动雷达网络中数据传送速度等的影响.

国内外已有学者对该类问题进行了研究^[1,2,3,5,6],Branko Ristic 最新研究了双被动传感器的通信带宽问题^[1].是基于无偏估计的CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)来研究不同带宽的跟踪效果.本文较系统地分析了运动平台上的双被动雷达交会跟踪目标的精度问题,在文献[1]的基础上修正了CRLB的求法,得出关于通信带宽的新的仿真计算结果,并且建立了对机动目标交会跟踪的扩展卡尔曼滤波(EKF)跟踪算法.

2 双被动雷达交会跟踪目标的模型

图1中,目标T在xOy平面内作匀速直线运动,多被动雷达网络中的两个雷达分别在平台P₁和P₂上.在时刻t_k = kT₀, k = 1, ..., N,分别测量到目标T的方位角信息z₁(k)和z₂(k).是交会角. T₀为采样间隔, N为量测的个数.方位角量测是基于坐标轴y的,即假定y为坐标北,其测量受到噪声的干扰即:

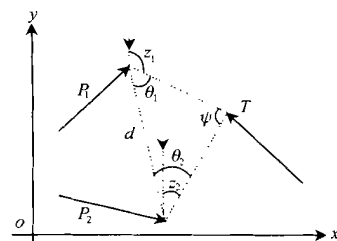


图1 双被动雷达交会跟踪目标示意图

$$z_m(k) = \arctan \frac{x_l(k) - x_m(k)}{y_l(k) - y_m(k)} + w_m(k), m = 1, 2 \quad (1)$$

其中, {x_l(k), y_l(k)} 是未知目标的坐标,而是 {x_m(k), y_m(k)} 已知的被动雷达的坐标.方位角测量的噪声过程认为是互不相关的零均值的白色高斯噪声,方差分别为 σ₁²和 σ₂²,也即 w_m ~ N(0, σ_m²).目标的运动则是确定性的,即无过程噪声,

另外假定双被动雷达的采样是同步的。

在平台 P_1 上进行融合,如图 2。

在平台 P_1 上,被动雷达 1 将 t_k 时刻的采样量测送到融合中心(在 P_1 上),同时 P_1 上的惯性导航系统(INS)将 P_1 自身在 t_k 时刻的状态向量 $s_1(k) = [x_1(k), \dot{x}_1(k), y_1(k), \dot{y}_1(k)]^T$ 也送至融合中心。另外,在

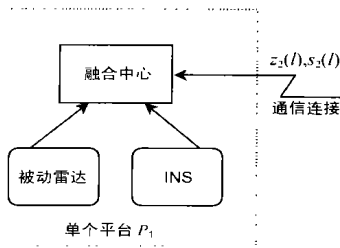


图 2 单个平台 P_1 结构图

时刻 $t_l = lT_0$ (其中, $l = b + k$)。融合中心通过与 P_2 的通信得到来自 P_2 的 $z_2(l)$ 和 $s_2(l)$ 。参数 $b = 0, 1, 2, \dots$ 是初始采样量测的传送延迟, $\tau = 1, 2, 3, \dots$ 是通信带宽(Bandwidth)变量。如当 $b = 0, \tau = 1$, 表示 P_2 平台的量测均同步地传送到 P_1 。若 $b > N$, 则表示 P_1 根本无法得到 P_2 的量测信息。这时即为单个被动传感器跟踪的模式。当 $\tau = 2$ 时, 表示 P_2 的量测中, 每隔一个量测才能送到 P_1 , 其它都不能送到 P_1 , $\tau = 3$ 类推。 P_1 和 P_2 间的通信带宽 B 与参数 τ 的关系为: $B = \frac{N_b}{T_0}$, N_b 是每次量测信息的二进制位数。若带宽确定为 B_0 , 则参数 $\tau = \lceil \frac{N_b}{B_0 T_0} \rceil$, $\lceil \cdot \rceil$ 表示四舍五入取整。

3 交会跟踪中的距离估计精度

3.1 Cramer-Rao 不等式

目标 T 假定是作匀速直线运动的。未知目标的状态向量为:

$$s(k) = [s_1(k), s_2(k), s_3(k), s_4(k)]^T = [x_t(k), \dot{x}_t(k), y_t(k), \dot{y}_t(k)]^T, k = 1, \dots, N$$

目标状态向量的无偏估计的协方差矩阵受 Cramer-Rao 不等式的约束:

$$E\{[s(k) - \hat{s}(k)][s(k) - \hat{s}(k)]^T\} \geq J^{-1}(k) \quad (2)$$

而 $J(s) = E\{[\nabla_s \ln p(Z/s)][\nabla_s \ln p(Z/s)]^T\}$ (3) $p(Z/s)$ 即 $p[Z(k)/s(k)]$, 是 t_k 时, 量测 $Z(k)$ 的条件概率密度, ∇_s 是对 s 的梯度算子。

文献[1]中假定目标初始时刻位置随机, 并且假定目标作确定性的匀速直线运动(无过程噪声), 但在跟踪过程中, 文献[1]中认为目标的所有状态都是随机的, 具体地, 文献[1]中以 $p(Z, s)$ 来代替式(3)中的 $p(Z/s)$, 而 $p(Z/s) = p[s(k)] \cdot p[Z(k)/s(k)]$, $p[s(k)]$ 是 t_k 时目标的状态分布概率密度(与初始状态的分布概率直接相关)。而事实上, 一旦获得了来自同一目标的两对量测值之后, 所获得的目标初始状态是比较准确的, 而文献[1]中所取的初始状态是误差很大的预估值, 所以我们采用式(3)来求取 CRLB 以进行估计精度比较分析, 这样能更好地反映出交会跟踪系统的性能。

式(3)中, $Z = Z_1 \ Z_2$, 量测 Z_1 来自 P_1 , Z_2 来自 P_2 , 且有:

$$Z_1(K) = \{z_1(i); i = 1, \dots, k\} \quad (4)$$

$$Z_2(K) = \{z_2(j); j = 1 + b + l; l = 0, \dots, \lceil \frac{k}{\tau} \rceil - b - 1\} \quad (5)$$

3.2 量测 $Z(k)$ 的条件概率密度

由于 Z_1 和 Z_2 的独立性, 并且假定所有来自同一平台的量测无系统偏差, 且相互独立, 于是有:

$$p[Z(k)/s(k)] = p[Z_1(k)/s(k)] p[Z_2(k)/s(k)] \quad (6)$$

而

$$p[Z_1(k)/s(k)] = \prod_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[Z_1(i) - h_1(s, i)]^2}{2\sigma_1^2}\right\} \quad (7)$$

其中, $h_1(s, i)$ 表示在 t_i 时刻, P_1 对目标方位角量测的期望值, 这里该期望值用的是目标作匀速直线运动的递推值, 即:

$$h_1(s, i) = \arctan \frac{s_1(k) - (k-i)T_0 s_2(k) - x_1(i)}{s_3(k) - (k-i)T_0 s_4(k) - y_1(i)}$$

同理可得:

$$p[Z_2(k)/s(k)] = \prod_{i=(1+b)}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[Z_2(i) - h_2(s, i)]^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad (8)$$

其中 $i = (1+b)$ 表示 $i = (1+b), 1+b+\tau, 1+b+2\tau, \dots$

此外

$$h_2(s, i) = \arctan \frac{s_1(k) - (k-i)T_0 s_2(k) - x_2(i)}{s_3(k) - (k-i)T_0 s_4(k) - y_2(i)} \quad (9)$$

上述公式很容易直接推广到 3 个以上的运动平台中。

3.3 J 矩阵的求法

利用文献[1]中的部分结论, 易得:

$$J = J_1 + J_2 \quad (10)$$

$$J_1 = E\left\{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [\nabla_s h_1(s, i)][\nabla_s h_1(s, i)]^T\right\} \quad (11)$$

$$J_2 = E\left\{\frac{1}{2} \sum_{i=1+b}^k [\nabla_s h_2(s, i)][\nabla_s h_2(s, i)]^T\right\} \quad (12)$$

其中

$$\nabla_s h_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_m}{\partial s_1} & \frac{\partial h_m}{\partial s_2} & \frac{\partial h_m}{\partial s_3} & \frac{\partial h_m}{\partial s_4} \end{bmatrix}, m = 1, 2 \quad (13)$$

$$\frac{\partial h_m}{\partial s_1} = \frac{y_t(i) - y_m(i)}{[x_t(i) - x_m(i)]^2 + [y_t(i) - y_m(i)]^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial h_m}{\partial s_2} = -(k-i)T_0 \frac{\partial h_m}{\partial s_1} \quad (15)$$

$$\frac{\partial h_m}{\partial s_3} = \frac{x_t(i) - x_m(i)}{[x_t(i) - x_m(i)]^2 + [y_t(i) - y_m(i)]^2} \quad (16)$$

$$\frac{\partial h_m}{\partial s_4} = -(k-i)T_0 \frac{\partial h_m}{\partial s_3} \quad (17)$$

而对于 s_j 的无偏估计的方差下界为

$$\text{CRLB}\{\hat{s}_j\} = [J^{-1}]_{jj}, j = 1, 2, 3, 4 \quad (18)$$

实际上, 我们更关心的是目标距离估计 $R_t(k)$ 的 CRLB。

由文献[2]: $R_t(k) = \sqrt{x_t^2(k) + y_t^2(k)}$; 则:

$$\text{CRLB}(R_t) = \frac{x_t^2}{x_t^2 + y_t^2} \text{CRLB}(\hat{x}_t) + \frac{x_t y_t}{x_t^2 + y_t^2} [(\mathbf{J}^{-1})_{13} + (\mathbf{J}^{-1})_{31}] + \frac{y_t^2}{x_t^2 + y_t^2} \text{CRLB}(\hat{y}_t) \quad (19)$$

3.4 计算结果

采用与文[1]基本相同的条件.两个平台先是平行于坐标 X 运动,在跟踪过程的中点时刻, P_1 急剧转弯,之后沿坐标 Y 运动,而 P_2 不改变,目标向东运动.采样间隔 $T_0 = 2s$,目标运动速度 $790km/h$. P_1 和 P_2 速度均为 $540km/h$.跟踪时间为两分钟.两部被动雷达测角精度为 $\theta_1 = \theta_2 = 0.5^\circ$.

与文[1]中不同的是:不去估算目标在初始时刻的状态,因为我们是无偏估计的 CRLB 来比较不同的带宽和延迟对距离估计的影响.实际上,只要当融合中心获得来自 P_1 和 P_2 的两对量测就已经能较准确地估计出目标的状态了,而在这之前,所有的估计都是无实际意义的,在这之后,才开始了交会跟踪.

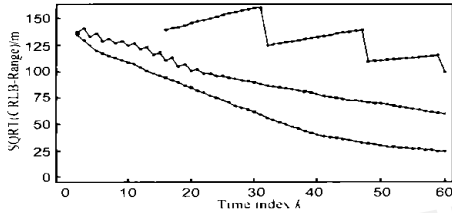


图3 三种条件下的距离 CRLB 均方计算值(单位:m)
($\theta_1 = \theta_2 = 0.5^\circ, b=0$,从下到上分别为 1,2,8)

计算了三种条件下的 CRLB 计算值,如图 3 所示,从下到上分别为 $\theta_1 = 1, 2, 8$ 的情况, $b=0$.从计算结果可以看出:不同的带宽对估计的精度影响是很大的,带宽越大,则获得的量测对就越多,精度提高就越快;估计精度以两部雷达间完全连接为最高,且收敛速度也最快;当带宽较小时,由于不能获得对目标的足够的交会量测信息,只能依靠累积信息,估计精度反而会有变差.另外,图 3 中的精度明显比文[1]中的精度要高很多,这更能说明双被动雷达在交会跟踪目标时是能达到较高的精度的,因此具有较高的实用价值.

4 双被动雷达对机动目标的 EKF 跟踪

对于前面假定的作匀速直线运动的目标,我们可以采用极大似然估计(MLE)来进行跟踪.对于不同的时间序列 k ,将 MLE 运用于 k 及 k 之前的所有累积量测,这样得到的目标在的距离估计据文[1]所述是很接近 CRLB 的.其公式为:

$$\hat{s}_{MLE} = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \{ -\ln p[Z(k)/s(k)] \} \quad (20)$$

4.1 算法

MLE 的跟踪精度是很高的,但其计算量及存储量太大,实际应用价值不高.另外目标也不能视为作匀速直线运动.对于目标的运动方程,我们采用常速度 CV 模型,并且借用单站跟踪的模式.

与单平台跟踪不同,在 P_1 上,其量测为:

$$z(k) = \begin{cases} z_1, & \text{if } k = 1 + b + l, \\ (R_1)^T, & \text{if } k = 1 + b + l \end{cases} \quad (21)$$

也即在 P_2 的角度量测信息到达 P_1 时, P_1 上的融合中心则决定出目标相对于 P_1 的距离 R_1 ,从而 P_1 得到的不止是目标的角度信息,还有目标的距离信息.这样融合中心实际上就是一个单站跟踪器.

$$\text{而 } R_1 = \frac{d \sin \theta_2}{\sin \theta_1}, R_2 = \frac{R_1^2 \cos^2 \theta_1 + R_2^2 \cos^2 \theta_2}{\sin^2 \theta_1}, R_2 = \frac{d \sin \theta_1}{\sin \theta_2} \quad (22)$$

假定 P_1, P_2 自身状态的量测是准确的,则 $\theta_1 = \theta_2 = 0.5^\circ$.

再引入目标 T 相对 P_1 的状态:

$$\tilde{s}(k) = s(k) - s_1(k) = [\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3, \tilde{s}_4]^T \quad (23)$$

于是采用 CV 模型时目标相对 P_1 的状态方程为:

$$\tilde{s}(k+1) = F\tilde{s}(k) - U(k+1, k) + G(k)V(k) \quad (24)$$

其中

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U(k+1, k) = \begin{bmatrix} x_1(k+1) - x_1(k) - T_0 \dot{x}_1(k) \\ \dot{x}_1(k+1) - \dot{x}_1(k) \\ y_1(k+1) - y_1(k) - T_0 \dot{y}_1(k) \\ \dot{y}_1(k+1) - \dot{y}_1(k) \end{bmatrix}$$

$V(k)$ 是零均值高斯白噪声向量, $V(k) = [v_x(k), v_y(k)]^T$, $G(k) = \begin{bmatrix} T_0^2/2 & 0 \\ T_0 & 0 \\ 0 & T_0^2/2 \\ 0 & T_0 \end{bmatrix}$ 为过程噪声分布矩阵. $Q(k) = \begin{bmatrix} q_x^2(k) & 0 \\ 0 & q_y^2(k) \end{bmatrix}$.

量测方程为非线性:

$$z(k+1) = h[\tilde{s}(k+1)] + w(k+1) \quad (25)$$

$$\text{噪声 } w(k+1) = \begin{bmatrix} w_R(k+1) \\ w_1(k+1) \end{bmatrix}$$

其协方差阵 $R = \operatorname{diag} \left\{ \frac{2}{R_1}, \frac{2}{l} \right\}$

$$h[\tilde{s}] = \begin{bmatrix} \sqrt{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_3^2} \\ \arctan \frac{\tilde{s}_1}{\tilde{s}_3} \end{bmatrix}$$

$h[\cdot]$ 的 Jacobi 矩阵为:

$$H = \left. \frac{\partial h[\tilde{s}(k+1)]}{\partial \tilde{s}} \right|_{\tilde{s}(k+1)/k} = \begin{bmatrix} \frac{\tilde{s}_1}{\sqrt{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_3^2}} & 0 & \frac{\tilde{s}_3}{\sqrt{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_3^2}} & 0 \\ \frac{\tilde{s}_3}{\sqrt{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_3^2}} & 0 & -\frac{\tilde{s}_1}{\sqrt{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_3^2}} & 0 \end{bmatrix}_{k+1/k} \quad (26)$$

从而得:

$$z(k+1) - \hat{z}(k+1/k) = H[\tilde{s}(k+1/k)] \tilde{s}(k+1/k) + w(k+1) \quad (27)$$

$$\text{其中, } \tilde{s}(k+1/k) = \tilde{s}(k+1/k) - \hat{\tilde{s}}(k+1/k) \quad (28)$$

这样我们便可以使用标准 EKF 公式来进行动态滤波跟踪了.

4.2 仿真结果

在模拟目标运动时, $q_x(k)$ 的数值取为 $0.02\dot{x}_r(k)$, $q_y(k)$ 的数值取为 $0.02\dot{y}_r(k)$, $\tau = 2$, 数据传输延迟为 0. 目标初始状态为 (60km, 790km/h, 60km, 790km/h). 其它条件与 3.4 中基本相同. 图 4 是 100 次 Monte Carlo 仿真的结果.

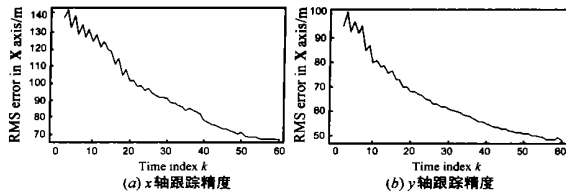


图 4 跟踪精度(均方差,单位为米)

由图 4 可见,随着时间的延长,在较短的时间内,跟踪精度将逐步趋于稳定,其值经过一定的扫描周期后是比较理想的,如果采用精度高的测角雷达将会达到主动雷达跟踪的精度.另外,通过增大交会角量测有利于提高跟踪精度^[2],但由于该例中的交会跟踪精度已经相对较高,并且在 $k=30$ 之后,

变化不是很大,因此精度收敛的速度比前半部分加快得并不明显.仿真结果与文[1]的区别:在其它条件与文[1]基本相同时,这里的跟踪精度的振幅要明显小得多,因为本文中的初始状态是给定的,在一定的交会周期之后,其稳定值略小于文[1]中的值.同时还可以看出,前面的 CRLB 计算值实际上是达不到的.

5 小结

本文对运动载体上的两台被动式雷达交会跟踪目标的问题进行了研究.在文献[1]的基础上,重新建立了跟踪过程中 CRLB 的求法,并用其计算了不同带宽条件下的距离估计精度.针对目标运动的 CV 模型,建立了 EFK 滤波跟踪方法.经过计算和仿真表明,利用双被动雷达交会的量测进行数据融合以跟踪机动目标,是很有实际意义的.而对于精度更好收敛速度更快的跟踪算法,则是需进一步研究的问题.

参考文献:

- [1] Branko Ristic, Sanjeev Arulampalam, Christian Musso. The influence of communication bandwidth on target tracking with angle only measurements from two platforms [J]. Signal Processing, 2001, 81: 1801 - 1811.
- [2] A Farina. Target Tracking with bearings only measurements [J]. Signal Processing, 1999, 78: 61 - 78.
- [3] E Fogel, M Cavish. Nth-order dynamics target observability from angle measurements [J]. IEEE Trans on AES, May 1988, AES-24 (3): 305 - 308.
- [4] H L VanTrees. Detection, Estimation and Modulation Theory Wiley [M]. New York, 1968.
- [5] 何友, 王国宏, 陆大, 彭应宁. 多传感器信息融合及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.
- [6] 修建娟, 何友, 王国宏, 修建华. 主、被动雷达数据融合算法研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23 (8): 42 - 45.
- [7] 蔡庆宇, 薛毅, 张伯彦. 相控阵雷达数据处理及其仿真技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [8] 沈凤麟, 叶中付, 钱玉美. 信号统计分析与处理 [M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 2001.

作者简介:



王宏飞 男, 1972 年 10 月出生于四川眉山, 分别于 1994 年和 2000 年获解放军炮兵学院学士和硕士学位, 讲师, 现在南京理工大学攻读博士学位, 主要研究方向: 控制理论与控制工程, 多传感器信息融合, 武器系统效能分析, 已发表论文十余篇, 一项成果获军队科技进步奖.

杨成舒 男, 1937 年 10 月出生于辽宁沈阳, 南京理工大学教授, 博导, 研究方向: 控制理论与控制工程, 信息融合, 广义系统, 非线性系统.